

لنفترض أن البحث هو خاتم النقابي مع الحفاظ على الهوية 1 ، وياء (ص) جاكوبسون جذري للبحث ، ونون (ص) مجموعة من العناصر nilpotent متر واسمحوا  $r \geq 1$  يكون صحيحا ثابتة ايجابية والبحث بندقية إم التواء الخطوط عصابة مع هوية 1 . والنتيجة الرئيسية لهذه الورقة تؤكد آر آر تبادلي إذا يرضي كلا من الشروط : (ط) [ص ، ي] = 0 . لجميع س ، ص  $\in$  ص \ 1 ي (ص) و (الثاني) م (س ص) + [ ص ص ، ص ص ] = 0 = [ ص ص ، ص ص ] ، لجميع س ، ص  $\in$  ص \ 1 ي (صاد) . هذه النتيجة صحيحة أيضا إذا كان (الأول) ويتم استبدال (الثاني) (ط) ' [ص ، ي] = 0 = لجميع س ، ص  $\in$  ص \ 1 ن (ص) و (الثاني)' م (س ص) + [ ص ي ، ص ] = 0 = [ ص ص ، ص + ص ، ص ] لجميع س ، ص  $\in$  ص \ 1 ن (ص) . وتناقش أيضا نظريات أخرى تبديليه مماثلة.

Suppose that  $R$  is an associative ring with identity  $1$ ,  $J(R)$  the Jacobson radical of  $R$ , and  $N(R)$  the set of nilpotent elements of  $R$ . Let  $m \geq 1$  be a fixed positive integer and  $R$  an  $m$ -torsion-free ring with identity  $1$ . The main result of the present paper asserts that  $R$  is commutative if  $R$  satisfies both the conditions (i)  $[x^m, y^m] = 0$  for all  $x, y \in R \setminus J(R)$  and (ii)  $[(xy)^m + y^m x^m, x] = 0 = [(yx)^m + x^m y^m, x]$ , for all  $x, y \in R \setminus J(R)$ . This result is also valid if (i) and (ii) are replaced by (i)'  $[x^m, y^m] = 0$  for all  $x, y \in R \setminus N(R)$  and (ii)'  $[(xy)^m + y^m x^m, x] = 0 = [(yx)^m + x^m y^m, x]$  for all  $x, y \in R \setminus N(R)$ . Other similar commutativity theorems are also discussed.